3. Nacionalna konferencija sa međunarodnim učešćem
Fakultet tehničkih nauka u Čačku, 25-27. Septembar 2015.

3rd National Conference With International Participation
Faculty of Technical Sciences in Čačak, 25-27. September 2015

UDK: 37:929](3) Stručni rad

MATEMATIKA, ASTRONOMIJA I GEOGRAFIJA U DOBA KLAUDIJA PTOLOMEJA

MATHEMATICS, ASTRONOMY AND GEOGRAPHY IN THE TIMES OF CLAUDIUS PTOLEMY

Katarina D. Živković
Matematički fakultet u Beogradu

***Abstrakt*:** Klaudije Ptolomej je ličnost koja je obeležila granice ljudskog obrazovanja i nauke u periodu od antičkih vremena pa sve do renesanse. U periodu od skoro hiljadu godina Ptolomej je bio neprikosnoveni autoritet. U radu je prezentovana Ptolomejeva astronomija, geografija i matematika.
Ključne reči: obrazovanje, matematika, astronomija, geografija

***Abstract*:** Claudius Ptolemy is a peron who marked the limits of human education and science from classical antiquity to the Renaissance. Ptolemy was was a undisputed authority for almost a thousand years. In this paper, the astronomy, geography and mathematics of Ptolemy is presented.
Keywords: education, mathematics, astronomy, geography

1. UVOD

U delti Nila na obali Sredozemnog mora, Aleksandar Veliki osniva 332 godine pre nove ere grad, koji je u njegovu čast nazvan Aleksandrija. Neposredno po njenom osnivanju, 320 godine pre nove ere po naređenju Ptolomeja I Sotera, osnivača dinastije koja će se ugasiti Kleopatrinom smrću, Aleksandrijska biblioteka, inače zvana Muzej, vrlo brzo postaje srce kulture i znanja za ceo Mediteran. Šest vekova je ova biblioteka bogaćena iz dana u dan uglavnom zahvaljujući neobičnoj carini koja je uvedena u Aleksandrijskoj luci. Svaki brod koji bi pristao u ovaj egipatski grad morao je neumornim pisarima da preda sve pisano što se nalazilo na njemu. Po završenom prepisivačkom poslu vlasnicima je vraćana kopija, a original stavljan u biblioteku, za koju se smatra da je imala preko 700.000 papirusa brižno umotanih u laneno platno. Tako je Aleksandrija postala centar obrazovanja i naučne misli u antičkom svetu.

Za vreme pohoda Gaj Julija Cezara na Egipat, 47. godine pre nove ere, Aleksandrijska biblioteka je izgorela do temelja. Po smrti Cezarovo rimsku imperiju je zahvatio građanski rat. Oktavijan je držao zapad a Marko Antonije istok. Egipatska kraljica Kleopatra uspela je da ubedi Marka Antonija da preseli iz maloazijskog grada Pergamona, čuvenu pergamonsku biblioteku, posle aleksandrijske najveću biblioteku antičkog sveta. Biblioteka je prenesena u Aleksandriju i smeštena je u Serapejon, hram

posvećen grčko – egipatskom bogu isceljenja Serapisu. To se desilo dvanaest godina posle požara stare aleksandrijske biblioteke. Time je bio unekoliko očuvan kontinuitet aleksandrijske škole i nauke [1].

2. KLAUDIJE PTOLOMEJ

Klaudije Ptolomej (slike 1 i 2) bio je starogrčki ili staroegipatski matematičar, geograf i astronom koji je živeo u Rimskom Egiptu, po svoj prilici, u Aleksandriji ili nedaleko od nje, u Kanopu. „Sama mešavina rimskog imena i egipatsko grčkog prezimena govori o epohi u kojoj radi" [2]. „Kao mesto njegovog rođenja neki označuju Ptolemaidu, grad severno od Tebe, u Egiptu, a neki Pelusion, na krajnjem istočnom rukavcu Nilove delte" [3]. „Arapski pisci tvrde da je živeo 78. godina. Na osnovu toga se približno procenjuje da je možda živeo između 90. i 168. godine naše ere" [4]. "O njegovom životu ima malo podataka ali se zasigurno zna da mu je učitelj bio Teon iz Smirne (oko 70 – oko 135), filozof, matematičar i astronom" [2].

Slika 1. Klaudije Ptolomej

Slika 2. Crtež Klaudija Ptolomeja iz 16 veka

Napisao je nekoliko knjiga, od kojih tri: Geografija ili Priručnik geografije, Almagest ili matematički i astronomski traktat i astrološka rasprava poznata kao "Tetrabiblos" (Četvoroknjižje) u kojoj pokušava horoskopsku astrologiju da prilagodi tadašnjoj Aristotelovoj filozofiji priorode.

3. PTOLOMEJOVA GEOGRAFIJA

Geografija ili Priručnik geografije (grčki: Γεωγραφικὴ Ὑφήγησις, latinski: Geographia ili stariji naziv Cosmographia) je zbirka onoga što je bilo poznato o geografiji sveta u Rimskom Carstvu u 2 veku (slika 3). Pišući svoju Geografiju, Ptolomej se uglavnom oslanjao na radove geografa Marina iz Tira i geografske leksikone Rimskog i Persijskog Carstva. Ptolomejeve karte sveta, u poređenju sa današnjim

izgledaju izobličeno jer je Ptolomej procenio veličinu Zemljinog globusa mnogo manjim nego što je on u stvarnosti.

Ptolomejoeva Geografija stigla je iz Vizantije u Italiju oko 1400. godine. Prvi prevod na latinski uradio je 1406. godine Firentinac Giacomo da Scarperia, pa su od tada nastali brojni prevodi na druge jezike.

Slika 3. Ptolomejeva karta sveta izdata u 15. veku

4. PTOLOMEJEV ALMAGEST

Almagest je matematički i astronomski traktat kojim je predložen geocentrički model Sunčevog sistema (slika 4). Traktat je napisan grčkim jezikom kao Μαθηματικὴ σύνταξις (*Mathematike Syntaxis* - "Matematički traktat" ili "sastav"); naziv je kasnije promenjen u *Hè Megalè Syntaxis* - "Veliki Traktat", odakle potiče i arapski naziv. Naziv Almagest je latinski oblik arapskog naziva (الكتاب المجسطي, *al-kitabu-l-mijisti* — "Velika Knjiga").

Slika 4. Stranica Ptolomejove Geografije, latinsko izdanje iz ranog 15 veka

Prvi prevodi na arapski su urađeni u 9. veku, u dva zasebna poduhvata, jedan je sponzorisao kalif Al-Mamun (vladao 813-833.). Delo je u ovo doba bilo izgubljeno u Evropi, ili su ga se maglovito sećali. Zbog toga je Zapadna Evropa ponovo otkrila Ptolomeja iz prevoda arapskih verzija. U 12. veku je nastala španska verzija, kasnije prebačena na latinski pod pokroviteljstvom cara Fridriha II (vl. 1220-50.). Drugu latinsku verziju, direktno sa arapskog, preveo je 1175. Gerard iz Kremone, koji je svoj tekst našao u španskom gradu Toledu.

U Evropi će njegov geocentrički model dovesti u pitanje tek Nikola Kopernik u 16.veku, ali će ostati vladajuće objašnjenje svemira sve do 17. veka.

Almagest se sastoji od trinaest knjiga, čije teme se mogu ovako sažeti:

1) Knjiga I — konture Aristotelove kosmologije: sferičan oblik neba, sa (sferičnom) Zemljom koja leži nepomično u centru, sa nepokretnim zvezdama i raznim planetama koje kruže oko Zemlje. Zatim sledi objašnjenje tetiva, sa nekoliko tablica tetiva, osmatranja nagnutosti ekliptike i uvod u sfernu trigonometriju, sa tablicama uz pomoć kojih će u narednim knjigama objasniti kretanja Sunca, Meseca, planeta i zvezda.
2) Knjiga II — problemi u vezi sa kartografijom i dnevnim nebeskim kretanjem i to izlasci i zalasci nebeskih tela i dužina obdanice, određivanje latitude, tačke u kojima je Sunce vertikalno, senke gnomona u vreme ravnodnevica i solsticija i druge stvari koje zavise od položaja posmatrača. Tu je i studija uglova koje ekliptika pravi sa vertikalom, sa tablicama.
3) Knjiga III — o dužini godine i kretanju Sunca - kako predvideti njegov položaj u zodijaku u bilo kom trenutku. Ptolemej objašnjava Hiparhovo otkriće precesije ekvinoksa i započinje objašnjavanje teorije epicikala.
4) Knjige IV i V — kretanje Meseca (koje je složenije od Sunčevog), lunarna paralaksa, kretanje lunarnog apogeja, te veličine i udaljenosti Sunca i Meseca u odnosu na Zemlju, kao i konstrukcija astronomskih instrumenata koji se koriste pri ovim ispitivanjima.
5) Knjiga VI — pomračenja Sunca i Meseca, na osnovu teorije izložene u prethodnim knjigama.
6) Knjige VII i VIII — kretnje nepokretnih zvezda, uključujući precesiju ekvinoksa. Takođe I zvezdani katalog 1022 zvezde, opisane po njihovom položaju u sazvežđima i vezdama, na granici ljudskog vida (bez teleskopa), šesta magnituda (m = 6). Svaki stepen magnitude je zamišljen kao duplo svetliji od sledećeg (logoritamska skala). Veruje se da je ovakav sistem zamislio Hiparh. I zvezdane pozicije su Hiparhovog porekla (129. pne.), korigovane za precesiju, mada Ptolemej tvrdi suprotno.
7) Knjiga IX — opšta pitanja u vezi stvaranja modela za pet klasičnih planeta (vidljivih golim okom), takođe i kretanje Merkura ; ova i sledeće knjige su najoriginalniji deo Almagesta, sadrže i tablice za predviđanje položaja planeta u svakom trenutku.
8) Knjiga X — o kretanju Venere I Marsa.
9) Knjiga XI — o kretanju Jupitera I Saturna.

10) Knjiga XII — stacionarni položaji i retrogradno kretanje, pri kojima planete kao da zastanu, pa nakratko krenu unazad u odnosu na pozadinu zodijaka. Ptolemej je razumeo da se ovo, osim na spoljne planete, odnosi i na Merkur i Veneru.
11) Knjiga XIII — kretanje po latitudi (tj. odstupanja planeta od ekliptike, prividne Sunčeve putanje među zvezdama).

Vrednost Almagest sa stanovišta matematike je što je „u njemu sadržana i trigonometrija sa tablicama tetiva za uglove od 0^0 do 180^0, što odgovara tablicama sinusa za uglove od 0^0 do 90^0 za svakih pola stepena. Za sinus ugla od 1^0 Ptolomej je našao vrednost $\frac{1}{60}+\frac{2}{60^2}+\frac{50}{60^3}=0{,}017268$ (tačnija vrednost 0,017453…)"[5]. Takođe u Almagestu se nalaze i adiciona sinusna teorema za sinus i kosinus zbira i razlike dva ugla: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$, koju „ je izveo Ptolomej (oko 150. godine) kao pravilo primenjeno na tetive. Ponekad se ovj rezultat navodi kao Ptolomejeva formula. Ponovo su je otkrili Abu-l Vafa (oko 980.godine) i Baskara (oko 1150.godine).
Formula sinus polovine ugla pojavila se prvi put u radu Panca Sidhanta indijskog matematičara Varahamihire (oko 505.godine).

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \tag{1}$$

Međutim neki istoričari matematike veruju da je Ptolomej (oko 150.godine) u principu poznavao ovu formulu, ali preko polovine tetive" [6].

5. PTOLOMEJOV BROJ PI (π)

„U svom "zborniku astronomije" Klaudije Ptolemajodes nam saopštava da opseg kruga stoji prema krugovom prečniku u razmeri 38'30" : 1
Ptolomej se služio seksagezimalnim brojnim sistemom ne samo za premeravanje uglova i lukova već i za izražavawe njegovih trigonometrijskih funkcija od kojih upotrebljava samo trtive. Pri tome deli periferiju kruga, kao i mi, u 360^0 stepeni, stepen u 60 minuta, a minut u 60 sekundi. Pri izražavanju trigonometrijske funkcije, tetive, deli prečnbik kruga u 120 delova koje naziva "partes" a ove deli u minute i sekunde. Zato dobijamo, prevodeći gore saopšten broj u decimalni sistem, da je razmera opsega kruga prema njegovom prečniku, dakle broj pi π prema Ptolomejevu računu jednaka

$$\pi = 3+\frac{8}{60}+\frac{30}{3600}=3\frac{3}{120} \tag{2}$$

Ptolomej nam u svom delu ne saopštava kako je došao do tog svog numeričkog rezultata koji, preračunat na naš decimalni brojni sistem daje π= 3,14167 i koji je, svojom tačnošću, premašio izračunavanje svih naučnika antike" [7].

6. UMESTO ZAKLJUČKA

Naučna šteta koja je proistekla po astronomiju iz Ptolomejevog pogrešnog geocentričnog sistema, koji je vekovima smatran za ispravnim sve dok Nikola Kopernik u 16.veku nije ukazao na njegovu pogrešnost, velika, za razvoj matematike, pogotovu sferne geometrije i trigonometrije, Ptolomejov doprinos je znatan [2].

LITERATURA

[1] Milanković Milutin, Izabrana dela knj.3 (Istorija astronomske nauke), Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1997.
[2] Božić Milan, Pregled istorije i filozofije matematike, Zavod za udžbenike I nastavna sredstva, Beograd, 2002.
[3] Janković Đ. Nenad, Otkrivanje vasione-Istorija astronomije do XIX veka, Muzej nauke i tehnike – Zavod za udžbenike I nastavna sredstva, Beograd, 1996, str.446.
[4] Mlađenović Milorad, Velikani fizike knj.1, Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu, Novi Sad, 2008
[5] Strojik J. Dirk, Kratak pregled istorije matematike, Zavod za udžbenike I nastavna sredstva, Beograd, 1991, str.72.
[6] Petković Miodrag, Petković Ljiljana, Matematički vremeplov, Zmaj, Novi Sad, 2006, str.244-245.
[7] Milanković Milutin, Izabrana dela knj.5 (Spisi iz istorije nauke – O Ptolemajevu izračunavanju broja π), Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1997.